http://math.uni.lu/parlier/ hugo.parlier@uni.lu

Exercices 13 A

1. Soit $f(x) = 2x^{\frac{1}{4}}$. Utiliser la définition de la dérivée pour calculer $f'(x)$.

2. Donner l'ensemble des points où les fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ ne sont *pas* différentiables :

a) $e^{|x|}$

b) $|\sin(x)|$

c) $\sin|x|$

d) $|x^3 - 1|$

Il serait peut être utile de faire un dessin pour chaque fonction.

3. Soit $f(x) = x^2 \sin(\frac{1}{x})$ pour $x \neq 0$ et $f(0) = 0$.

a) Montrer que f est différentiable pour tout $a \neq 0$ et calculer $f'(a)$.
Vous pouvez admettre que la fonction sin *est différentiable et que sa dérivée est* cos.

b) Montrer (à partir de la définition) que f est différentiable au point 0 et que $f'(0) = 0$.

c) Montrer que f' n'est pas continue au point $x = 0$.

4. Calculer les dérivées des fonctions suivantes en donnant l'ensembles de définition de la fonction et de la fonction dérivée :

a) $f(x) = x^3 - 4x^2 + x - 2$

b) $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$

c) $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$

d) $f(x) = xe^{x^2}$

5. Soit $f(x) = x \sin\frac{1}{x}$ pour $x \neq 0$ et $f(0) = 0$. Est-ce que f est différentiable au point 0 ? Justifier votre réponse.

6. Soit $f(x) = x^2$ si $x \in \mathbb{Q}$ et $f(x) = 0$ sinon.

a) Montrer que f est continue au point $a = 0$.

b) Montrer que f n'est pas continue au point $a \neq 0$.

c) Montrer que f est différentiable au point $a = 0$.